(41.1) **Demostrar** $\boldsymbol{cos\frac{\theta}{2}+\gamma^3\gamma^1 sin\frac{\theta}{2}=1\otimes\begin{pmatrix} cos\frac{\theta}{2} & -sin\frac{\theta}{2} \\ sin\frac{\theta}{2} & cos\frac{\theta}{2}\end{pmatrix}}$

Recordemos que

$$\begin{gathered}\gamma^1\gamma^2=-i(1\otimes\sigma^3)\\ \gamma^3\gamma^1=-i(1\otimes\sigma^2) \qquad (1)\\ \gamma^0\gamma^3=\sigma^1\otimes\sigma^3\end{gathered}$$

Por lo tanto, substituyendo en nuestra expresión

$$cos\frac{\theta}{2}+[-i(1\otimes\sigma^2)]sin\frac{\theta}{2}$$

Como 1=1⊗1 reescribimos el primer término como

$$cos\frac{\theta}{2}\ 1\otimes1=1\otimes\begin{pmatrix} cos\frac{\theta}{2} & 0 \\ 0 & cos\frac{\theta}{2}\end{pmatrix}$$

Veamos el segundo término:

$$[-i(1\otimes\sigma^2)]sin\frac{\theta}{2}=\ 1\otimes\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0\end{pmatrix}sin\frac{\theta}{2}=1\otimes\begin{pmatrix} 0 & -sin\frac{\theta}{2} \\ sin\frac{\theta}{2} & 0\end{pmatrix}$$

Por tanto

$$cos\frac{\theta}{2}+[-i(1\otimes\sigma^2)]sin\frac{\theta}{2}=1\otimes\left[\begin{pmatrix} cos\frac{\theta}{2} & 0 \\ 0 & cos\frac{\theta}{2}\end{pmatrix}+\begin{pmatrix} 0 & -sin\frac{\theta}{2} \\ sin\frac{\theta}{2} & 0\end{pmatrix}\right]$$

$$cos\frac{\theta}{2}+[-i(1\otimes\sigma^2)]sin\frac{\theta}{2}=1\otimes\begin{pmatrix} cos\frac{\theta}{2} & -sin\frac{\theta}{2} \\ sin\frac{\theta}{2} & cos\frac{\theta}{2}\end{pmatrix}$$

(41.2) **Demostrar** $\boldsymbol{ch\frac{\eta}{2}+\gamma^0\gamma^3 sh\frac{\eta}{2}=ch\frac{\eta}{2}1\otimes1+\sigma^1\otimes\sigma^3 sh\frac{\eta}{2}}$

El primer término lo reescribimos igual que en el apartado anterior y en el segundo solo hay que aplicar (1).